PT	Programme de colles	2017/2018

Semaine 22 : du 19 au 23 mars 2018
Semaine 23 : du 26 au 29 mars 2018

Coniques

Ellipses, hyperboles, paraboles.
Définition via l'équation réduite dans un repère orthonormé. Symétries. Paramétrage.
Équation de la tangente par dédoublement des variables (uniquement pour l'equation réduite).

Coniques comme courbes du second degré.
Définition. Écriture matricielle. Discriminant dans un repère. Type d'une conique.
Réduction de l'équation en repère orthonormé, classification. Coniques propres et dégénérées.

Extrema de fonctions de deux variables

Extrema locaux, globaux. Points critiques. Matrice hessienne.
Une fonction continue sur un fermé borné, à valeurs réelles, est bornée et atteint ses bornes.
Condition nécessaire d'existence d'un extremum local sur un ouvert.
Formule de Taylor-Young à l'ordre 2.
Condition suffisante d'existence ou de non existence d'un extremum local en un point critique sur un ouvert (via la réduction dans le groupe orthogonal de la matrice hessienne ; en pratique, lorsque la matrice hessienne au point critique est inversible, la connaissance des signes des deux valeurs propres suffit à déterminer la nature du point critique).

Probabilités sur un univers quelconque.

Révisions de PTSI.
Dénombrement. Probabilités sur un univers fini.

Ensembles dénombrables.
Définition. Dénombrabilité de $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{N}^2$, $\mathbb{Q}$. Non dénombrabilité de $\mathbb{R}$.
Caractère fini ou dénombrable d'un sous-ensemble d'un ensemble dénombrable.
Dénombrabilité du produit cartésien de deux ensembles dénombrables.

Espaces probabilisés.
Tribu, évènements, langage des évènements. Définition d'une probabilité.
Propriétés d'une probabilité (continuité croissante ou décroissante, sous-additivité dénombrable).

Conditionnement.
Définition. Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales. Formules de Bayes.

Indépendance.
Indépendance de deux évènements, indépendance mutuelle d'une famille finie d'évènements.

Notes :
- Les formes quadratiques ne sont plus au programme.
- Les notions d'axe focal, foyer, directrice, excentricité, paramètre d'une conique propre ne sont plus au programme. Notamment, les définitions bifocales des ellipses et hyperboles, tout comme les propriétés de leurs tangentes comme bissectrices, ne sont plus au programme.
- L'utilisation de $rt - s^2$ pour l'étude des extrema des fonctions de deux variables à valeurs réelles n'est plus au programme. Il faut passer par le spectre de la matrice hessienne.
- La formule de Poincaré (aussi appelée formule du crible) n'est pas au programme.
- Les variables aléatoires sur un univers fini (programme de PTSI) n'ont pas encore été revues. Les variables aléatoires discrètes (programme de PT) n'ont pas encore été traitées.

Espaces vectoriels préhilbertiens et euclidiens

Un des objectifs de ce chapitre est d'appliquer la réduction des matrices symétriques réelles à la classification et l'étude des coniques.

B - Isométries d'un espace euclidien

CONTENUS	CAPACITÉS ET COMMENTAIRES
e) Coniques	
Une conique est définie par une équation du type $ax^2+2bxy+cy^2+dx+ey+f=0$, où $(a,b,c)\neq(0,0,0)$.	
Équation réduite.	Les étudiants doivent savoir utiliser la réduction de la matrice symétrique $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ pour obtenir une équation réduite.
Classification, paramétrage.	Interprétation géométrique des éléments propres de $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$: axes de symétrie, demi-axes d'une ellipse, asymptotes d'une hyperbole.

Fonctions de deux ou trois variables

L'étude des fonctions de plusieurs variables est tournée vers les applications, notamment les problèmes d'extremums.

A - Fonctions de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}$ ($p=2$ ou 3)

CONTENUS	CAPACITÉS ET COMMENTAIRES
c) Extremums d'une fonction de deux variables	
Extremum local, extremum global. Si une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$ admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique.	
Formule de Taylor-Young à l'ordre 2 pour une fonction de deux variables de classe $\mathscr{C}^2$.	Démonstration hors programme.
Matrice hessienne.	
Nature d'un point critique lorsque la matrice hessienne est inversible.	Les étudiants doivent savoir utiliser la réduction de la matrice hessienne. La caractérisation par le signe de $rt-s^2$ est hors programme.
Exemples de recherche de maximums ou minimums locaux, de points cols. Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de $\mathbb{R}^2$.	