PT	Programme de colles	2017/2018

Semaine 24 : du 03 au 06 avril 2018
Semaine 25 : du 09 au 13 avril 2018

Surfaces et courbes gauches

Courbes gauches.
Représentation paramétrique ou intersection de deux surfaces. Notion de courbe plane.
Tangente en un point régulier d'une courbe paramétrée.
Tangente à une courbe définie comme intersection de deux surfaces lorsque les plans tangents aux deux surfaces ne sont pas confondus.
Projection d'une courbe sur un plan de coordonnées.

Surfaces.
Représentation paramétrique ou définition implicite.
Point régulier, point singulier.
Plan tangent et normale en un point régulier.
Courbe tracée sur une surface. Méthode de recherche d'une droite tracée sur une surface.

Surfaces réglées et de révolution

Surfaces réglées.
Définition. Vocabulaire : directrice, génératrices.
Représentation paramétrique d'une surface réglée définie par directrice et génératrices.
Plan tangent.
Exemples de surfaces réglées : cylindres et cônes.

Surfaces de révolution.
Définition. Surface de révolution engendrée par la rotation d'une courbe autour d'un axe.
Représentation paramétrique. Équation cartésienne.

On pourra demander par exemple de rechercher l'équation cartésienne d'une surface définie par des considérations géométriques.

En semaine 25, on pourra aussi interroger sur le chapitre suivant.

Équations et systèmes différentiels linéaires

Équations différentielles linéaires scalaires d'ordre 2.
Principe de superposition. Structure de l'ensemble des solutions. Théorème de Cauchy linéaire.
Exemples de changement de fonction inconnue, de changement de variable.
Exemples de recherche de solutions polynomiales ou développables en série entière.
Méthode d'abaissement de l'ordre (résolution de l'équation complète connaissant une solution de l'équation homogène qui ne s'annule pas).

Systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 à cœfficients constants
Écriture sous la forme $X' = A(t)X + B(t)$ avec $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $B : I \to \mathbb{K}^n$ continue sur l'intervalle I.
Principe de superposition. Structure de l'ensemble des solutions. Théorème de Cauchy linéaire.
Résolution d'un système différentiel linéaire par réduction de la matrice A.
Base des solutions de l'équation homogène lorsque A est diagonalisable.
Résolution d'une équation différentielle linéaire scalaire d'ordre n en se ramenant à un système différentiel linéaire d'ordre 1.

Note. La méthode de variation des constantes (pour un système ou une équation scalaire d'ordre n) est hors-programme.

Courbes et surfaces dans l'espace

On présente deux modes de représentation d'une surface de $\mathbb{R}^3$: paramétrage et équation cartésienne. Le passage de l'un à l'autre peut être étudié sur des exemples, mais le cas général est hors programme. La visualisation des surfaces grâce à un outil informatique et l'étude de sections planes permettent de développer la compétence « Représenter ». Les exemples peuvent être choisis parmi les quadriques, mais la définition et la classification de celles-ci sont hors programme.

Contenus	Capacités et commentaires
a) Courbes et surfaces de $\mathbb{R}^3$ paramétrées	
Courbe paramétrée par une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^3$: $t \mapsto M(t)$. Surface paramétrée par une fonction de classe $\mathscr{C}^1$ de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$: $(u,v) \mapsto M(u,v)$. Point régulier d'une courbe paramétrée, d'une surface paramétrée. Tangente en un point régulier d'une courbe paramétrée de $\mathbb{R}^3$. Courbes coordonnées d'une surface paramétrée. Courbes tracées sur une surface paramétrée. Sections planes.	$\leftrightarrows$ I : tracé de courbes paramétrées.
Plan tangent, droite normale en un point régulier d'une surface paramétrée. Base du plan tangent. Cas particulier des surfaces définies par une équation $z = g(x,y)$ avec g de classe $\mathscr{C}^1$.	Le plan tangent en un point régulier est la réunion des tangentes aux courbes régulières tracées sur la surface passant par ce point. Si g est de classe $\mathscr{C}^2$, position de la surface par rapport au plan tangent en un point critique de g.
b) Surfaces définies par une équation cartésienne	
Surface définie par une équation $f(x,y,z) = 0$ avec f de classe $\mathscr{C}^1$. équation du plan tangent en un point régulier. Tangente à l'intersection de deux surfaces en un point où les plans tangents sont distincts.	On admet l'existence d'un paramétrage local de classe $\mathscr{C}^1$.
c) Exemples de surfaces	
Surface réglée. Génératrices.	Le plan tangent en un point régulier contient la génératrice passant par ce point.
Surface de révolution. Axe, méridiennes, parallèles.	Exemples de génération de surfaces, de recherche de paramétrages et d'équations cartésiennes (surfaces de révolution, surfaces réglées). La forme générale de l'équation d'une surface de révolution est hors programme.

Équations différentielles et systèmes différentiels

L'étude des équations différentielles linéaires scalaires d'ordres un et deux, abordée en première année, se poursuit par celle des systèmes différentiels linéaires d'ordre 1 *et des équations scalaires à coefficients non constants, en mettant l'accent sur les équations d'ordre deux. On s'attache à développer à la fois les aspects théorique et pratique :*

- *la forme des solutions ;*
- *le théorème de Cauchy linéaire ;*
- *le lien entre les équations scalaires et les systèmes différentiels d'ordre un ;*
- *la résolution explicite.*

Ce chapitre favorise les interactions avec les autres disciplines scientifiques.

Contenus	Capacités et commentaires
a) équations différentielles scalaires d'ordre 2	
Théorème de Cauchy linéaire : existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme. $\leftrightarrows$ I : méthode d'Euler pour la recherche d'une solution approchée d'un problème de Cauchy.
Espace vectoriel des solutions de l'équation homogène $y'' + a(t)y' + b(t)y = 0$ sur un intervalle où a et b sont des fonctions continues à valeurs réelles ou complexes. équation avec second membre $y'' + a(t)y' + b(t)y = c(t)$. Forme des solutions : somme d'une solution particulière de l'équation avec second membre et de la solution générale de l'équation homogène. Principe de superposition des solutions. Résolution dans le cas où on connaÃ®t une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas.	Recherche de solutions développables en série entière.
b) Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants	
écriture sous la forme $X' = AX + B(t)$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille n à coefficients constants et B une application d'un intervalle I de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^n$ continue. équivalence entre une équation scalaire d'ordre n et un système de n équations d'ordre 1.	
Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy.	Démonstration hors programme.
Structure de l'ensemble des solutions.	Pratique de la résolution dans le cas où la matrice A est diagonalisable ou triangulaire.
Comportement asymptotique des solutions en fonction du signe de la partie réelle des valeurs propres de A dans le cas où A est diagonalisable.	$\leftrightarrows$ PC : stabilité des solutions, état d'équilibre.